

2012年1月6日

修正 Stefan 式による凍結深の推定

東京大学 溝口勝

地表から凍結前線までの温度変化が直線的で、凍結前線以下の温度が 0°C の一定温度に保たれていると仮定すると、凍結前線における熱収支は次の微分方程式で表せる。

$$k \frac{T}{x} = \theta L \frac{dx}{dt}$$

ここで、 T ：地表面温度、 x ：凍結深、 k ：凍土の熱伝導率、 θ ：凍土の体積含水率、 L ：凍結潜熱、 t ：時間 である。（ここで、 θ のないものは Stefan 式として知られている）この式は変数分離で簡単に解くことができる。

$$\frac{k}{\theta L} \int T dt = \frac{x^2}{2}$$

したがって、凍結深は次式で表せる。

$$x = \sqrt{\frac{2k}{\theta L} \int T dt}$$

ここで、凍結指数（積算寒度）を導入すると、

$$F = \int T dt$$

凍結深さは次式となる。

$$x = \sqrt{\frac{2k}{\theta L} F}$$

k と θ は凍土の物性値、 L は定数なので、凍結深を単純に凍結指数の平方根だけで推定できることになる。

$$x = \alpha \sqrt{F}$$

α をある程度の誤差を許容するパラメータ（凍土の乾燥密度や水分量、地表面の熱伝達係

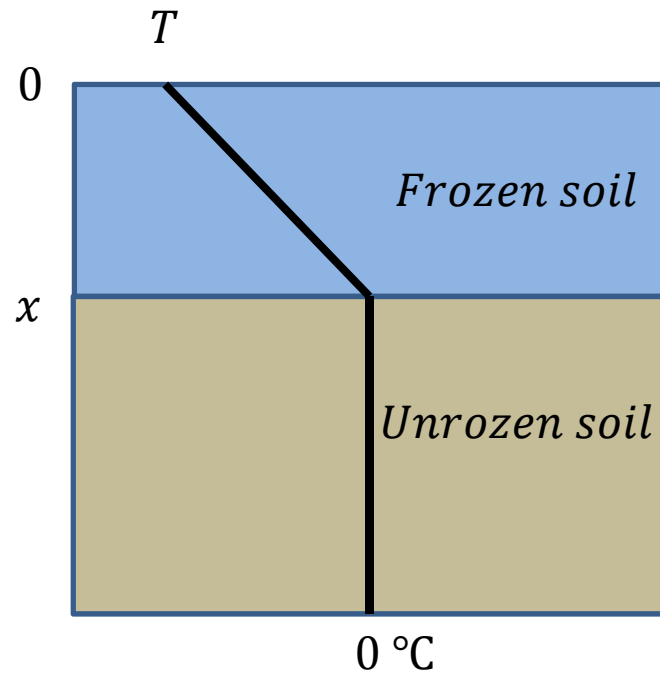
数に依存) と考えれば、現場の気温データのみから凍結深を推定することが可能である。

凍結後の剥ぎ取り作業を想定すると凍土と未凍土の境界が明瞭に分かれ、しかも凍土は適度に板状に破壊できる状態になっている方が良い。通常、土壌凍結が進行する過程では未凍土部の土壌水分が凍土部に移動し凍結前線の直下は乾燥するので、凍土だけを剥ぎ取り際には好都合である。また、凍結前に適度に土を均一に踏み固めると板状の凍土ができやすい。

冬期が過ぎた後でも翌年の秋頃に代かきをして粘土分をできるだけ地表面に集積させた状態で冬を迎え、自然凍土ができるのを待って作業すれば、除去効率が向上するだろう。

いずれにせよ、この方法を現地で試験してみる価値はある。

Stripping method of natural frozen soil



x : Frozen depth t : time
 T : surface temperature
 k : Thermal conductivity of soil
 θ : Volumetric water content of soil
 L : Latent heat

$$k \frac{T}{x} = \theta L \frac{dx}{dt}$$

$$x = \sqrt{\frac{2k}{\theta L} \int T dt}$$

$$F = \int T dt$$

$$x = \sqrt{\frac{2k}{\theta L} F}$$

$$x = \alpha \sqrt{F}$$